

CLEAI, matematica generale, primo semestre: esercizi tipo

1. Scegliendo a piacere i versi delle disuguaglianze, le costanti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ e x_0 in \mathbb{R} e le costanti l, m e n in \mathbb{Z} , studiare il grafico della seguente funzione senza fare la derivata seconda:

$$f(x) := \begin{cases} x^l e^{\alpha x^m} & \text{se } x \leq x_0 \\ \beta x^n + \gamma x + \delta & \text{se } x \geq x_0 \end{cases}$$

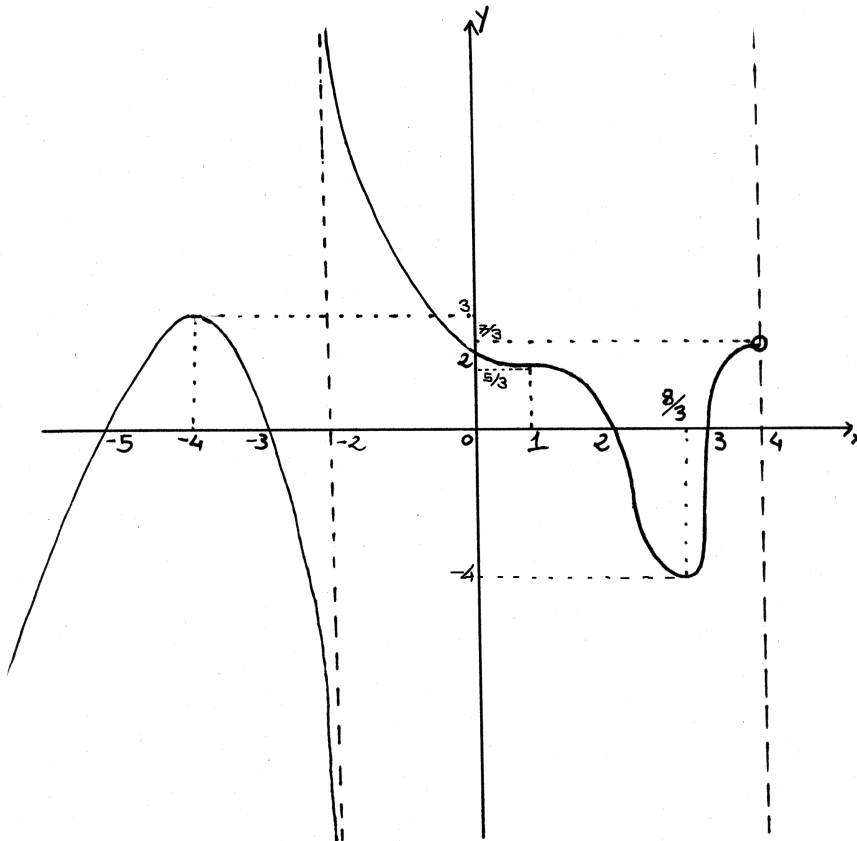
2. Scegliendo a piacere i versi delle disuguaglianze, le costanti $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$ e x_0 in \mathbb{R} e la costante m in \mathbb{Z} , studiare il grafico della seguente funzione facendo anche la derivata seconda:

$$f(x) := \begin{cases} \alpha e^{\beta x} + \gamma x + \delta & \text{se } x \leq x_0 \\ \varepsilon x^m + \zeta x + \eta & \text{se } x \geq x_0 \end{cases}$$

3. Scegliendo a piacere le costanti α e β in \mathbb{R} e le costanti m e n in $\{-1, 0, 1, 2\}$, determinare i punti e i valori di minimo e massimo, locali e globali, della seguente funzione scegliendo il dominio tra campo d'esistenza, $[-2, -1]$, $[-1, 0]$, $(0, 1)$, $(1/2, 3/4]$, $[1/2, 2] - \{1\}$ e $[2, 10]$:

$$f(x) := \alpha x^m + \beta(x-1)^n$$

4. Scegliendo a piacere le costanti α, β e γ in \mathbb{R} e la costante m in \mathbb{Z} , stabilire se $f(x) := \alpha \ln x + \beta x^m + \gamma$ ammette degli zeri. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.
5. Scegliendo a piacere le costanti α, β e γ in \mathbb{R} e la costante m in \mathbb{Z} , stabilire se $f(x) := \alpha \ln x + \beta x^m + \gamma$ ammette dei punti fissi. In caso affermativo, dire quanti sono i punti fissi e stimarli con precisione di almeno un'unità.
6. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare il campo d'esistenza, il segno, i limiti ai bordi del campo d'esistenza, l'insieme di continuità, l'insieme di derivabilità, gli zeri, le intersezioni con l'asse y , gli intervalli di crescita e decrescenza, i punti e i valori critici, i minimi locali e globali, i massimi locali e globali. Cosa possiamo dire della derivata seconda?



7. Dire se $f(x) := \ln \sqrt{|x|}$ ammette massimo e minimo globale nell'intervallo $[1, 7]$.
8. Dire se $f(x) := \ln \sqrt{|x|}$ assume il valore $1/2$ nell'intervallo $[1, e^2]$.
9. Dire se $f(x) := x^7 - x^5 + 1$ ammette un punto critico nell'intervallo $[0, 1]$.